



Óscar Romero College

Campus Talen & Exacte Wetenschappen

Vak: Wiskunde

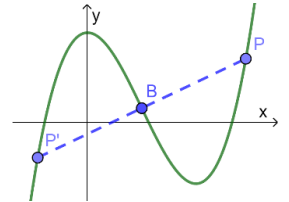
Leerkracht: Sven Mettepenningen

Verloop van algebraïsche functies

1. ★★ Gegeven is de derdegraadsfunctie f met voorschrift $f(x) = x^3 - 6x^2 + 19$.

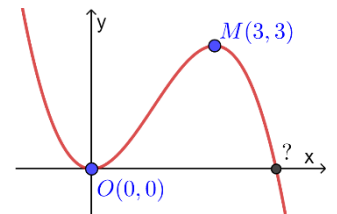
Bewijs dat het buigpunt van de grafiek van de functie f een symmetriemiddelpunt is van haar grafiek.

★★★ Bewijs dat dat voor elke derdegraadsfunctie het geval is.



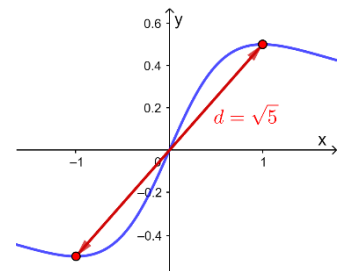
2. Een derdegraadsfunctie heeft de punten $O(0,0)$ en $M(3,3)$ als extrema.

- a) ★★ Stel het functievoorschrift op van deze functie.
b) ★ In welk punt snijdt de grafiek van deze functie nogmaals de x -as?



3. Gegeven is de familie functies f_a met voorschrift $f_a(x) = \frac{x}{x^2 + a^2}$ ($a \in \mathbb{R}_0^+$).

- a) ★★ Bewijs dat al deze functies twee extrema hebben.
b) ★ Op welke kromme liggen al deze extrema?
c) ★★ Voor welke waarde(n) van de parameter a is de afstand tussen deze twee extremale punten gelijk aan $\sqrt{5}$?

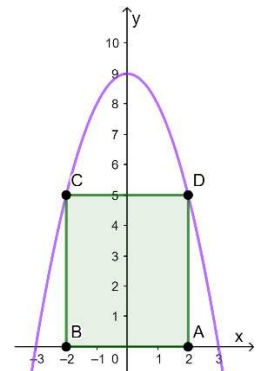


4. Beschouw de functie f met voorschrift $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.

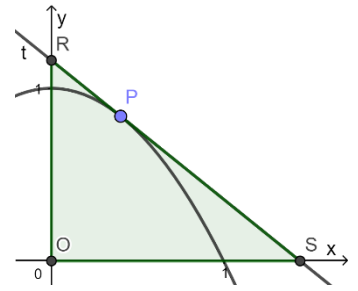
- a) ★ Bepaal het domein van f en stel het tekenverloop op van f .
b) ★ Ga na dat (de grafiek van) deze functie enkel een verticale asymptoot heeft (geen horizontale of schuine).
c) ★★ Bereken de eerste en tweede afgeleide van f en maak een samenvattende tabel met de tekenverlopen van f' en f'' en de conclusies die je hieruit kan trekken voor het verloop van de grafiek van f .

5. ★★ Binnen het positieve deel van de parabool $\mathcal{P} \leftrightarrow y = 9 - x^2$ wordt een rechthoek getekend waarvan één zijde op de x -as ligt.

Bepaal de maximale oppervlakte van deze rechthoek.



6. ★★ Aan een punt P in het eerste kwadrant dat op de parabool $\mathcal{P} \leftrightarrow y = 1 - x^2$ ligt wordt een raaklijn t getekend die de y -as snijdt in R en de x -as snijdt in S .
Bewijs dat de oppervlakte van deze driehoek minimaal is als P het midden is van het lijnstuk $[RS]$.



7. ★★★ Bepaal $a, b \in \mathbb{R}_0$ zodat de grafiek van $f(x) = \frac{a}{\sqrt{x^2 + b}}$ het punt $P(-1, 2)$ als buigpunt heeft.
- ★ Bepaal in dat geval ook de vergelijking van de buigraaklijn in P .

Veel succes!

1.	Gebruik eenvoudig de definitie van symmetriemiddelpunt.
2.	a) $f(x) = -\frac{2}{9}x^3 + x^2$ b) $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$
3.	a) De extrema zijn dus $A\left(-a, \frac{-1}{2a}\right)$ en $B\left(a, \frac{1}{2a}\right)$. b) Op de hyperbool $\mathcal{H} \leftrightarrow y = \frac{1}{2x}$ c) $a = 1$ of $a = \frac{1}{2}$
4.	Routine
5.	$A_{\Delta} = 12\sqrt{3}$
6.	Je vindt dat $P\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3}\right)$
7.	$a = 2\sqrt{3}, b = 2$ en in dat geval is $t_b \leftrightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$.