



Óscar Romero College
 Campus Talen & Exacte Wetenschappen
 Vak: Wiskunde
 Leerkracht: Sven Mettepenningen

Verloop van goniometrische en cyclometrische functies

1. ★★ Bewijs dat de raaklijn in punt $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ aan de grafiek van de functie $f(x) = \ln(\text{Bgsin } x)$ evenwijdig is aan de rechte $r \leftrightarrow 6x - \pi y = 0$.

2. Bereken de volgende limieten:

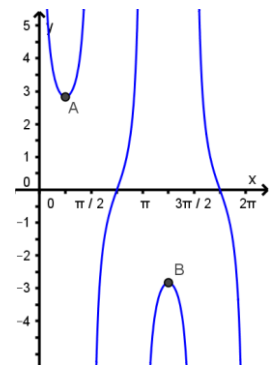
a) ★★ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x}$

b) ★★ $\lim_{x \rightarrow 1} \left[(x-1) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right) \right]$

c) ★★★ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan^2 x}$

3. ★★ Op de figuur zie je een periode getekend van de functie $f(x) = \sec x + \csc x$.

- Bespreek in een tabel het stijgen en dalen van deze functie met behulp van de eerste afgeleide.
- Bereken de coördinaten van het lokale minimum A en het lokale maximum B .



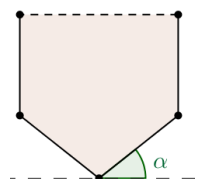
4. ★★ Bewijs dat de grafiek van de functie $f(x) = x \cdot \text{Bgtan } x$ geen buigpunten heeft.

5. ★★ De lengte van een dag (het aantal uren zonlicht) wordt gegeven door:

$$L(t) = 4,5 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right) + 12, \text{ met } t \text{ gemeten in dagen na 1 januari en } L \text{ gemeten in uren.}$$

- a) Reken snel even na dat $t = 80$ overeenkomt met 21 maart.
- b) Hoeveel uren daglicht zijn er op 21 maart? Kan je dit wetenschappelijk verklaren?
- c) Bereken de snelheid $L'(t)$ waarmee het uren daglicht toeneemt.
- d) Wat is de langste dag van het jaar? Hoeveel uren zonlicht zijn er dan?
- e) Op welke dag neemt het aantal uren daglicht het sterkst toe? Met hoeveel minuten per dag is dit dan?

6. ★★★ Een symmetrische dakgoot wordt gevormd door Een ijzeren plaat van 4 dm breed te plooiën zoals op de figuur hiernaast. De goot is van boven open en heeft twee evenwijdige wanden.



- Als de hellingshoek α is (zie figuur), bewijs dan dat de oppervlakte van een dwarsdoorsnede gegeven wordt door $S = 2\cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$.

- Bewijs dat de inhoud (of dus de dwarsdoorsnede) van de goot maximaal is als $\alpha = \text{Bgsin}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$.

Veel succes!

1.	Reken na dat $f'(x) = \frac{6}{\pi}$, wat we moesten bewijzen.
2.	<p>a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x} = -\frac{1}{2}$</p> <p>b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[(x-1) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right) \right] = -\frac{2}{\pi}$</p> <p>c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan^2 x} = \frac{1}{\sqrt{e}}$</p>
3.	<ul style="list-style-type: none"> • Doe een tekenverloop van de eerste afgeleide in een periode (vergeet ook de polen niet). • $A\left(\frac{\pi}{4}, 2\sqrt{2}\right)$ en $B\left(\frac{5\pi}{4}, -2\sqrt{2}\right)$.
4.	Probeer te bewijzen dat de tweede afgeleide geen nulpunten heeft.
5.	<p>a) Januari telt 31 dagen, februari 28, dus 21 maart is de 80^e dag van het jaar.</p> <p>b) $L(80) = 12$ (equinox).</p> <p>c) $L'(t) = 4,5 \cdot \frac{2\pi}{365} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)$</p> <p>d) Dit is op ± 20 juni, er zijn dan 16,5 uren zonlicht.</p> <p>e) Dit is weer op 21 maart, er komen dan ongeveer 4,64 minuten per dag extra daglicht bij.</p>
6.	<ul style="list-style-type: none"> • Splits de oppervlakte in een rechthoek en een driehoek en gebruik elementaire goniometrie. • Doe een tekenverloop van de eerste afgeleide en bij de nulpunten zal je zien dat $\sin \alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$.